

## Lei de Newcomb-Benford como instrumento de análise e controle das despesas públicas

Benford's Law as a tool for analysing and controlling public expenditures

Alexandre Henrique Oliveira de Freitas<sup>1\*</sup>; Vinícius Medeiros Magnani<sup>2</sup>

Recebido: jan. 20, 2022

Aceito: mai. 16, 2022

<sup>1</sup>Tribunal de Contas do Estado de São Paulo. Bauru, São Paulo, Brasil.

<sup>2</sup>Programa de Educação Continuada em Economia e Gestão de Empresas (PECEGE). Piracicaba, São Paulo, Brasil.

\*Autor correspondente: alexandrehrac@gmail.com

**Resumo:** Para que seja mitigada a crescente possibilidade de fraude e corrupção pela Administração Pública, considerando a rápida evolução da tecnologia da informação hodiernamente utilizada, ferramentas que possibilitem um controle efetivo e contínuo das contas públicas devem ser encontradas. Com isso, o objetivo desse trabalho foi de verificar empiricamente de que forma a Lei de Newcomb-Benford (Lei NB) poderia contribuir na análise e controle da despesa pública. Para isso, realizou-se uma pesquisa de análise quantitativa e de caráter exploratório em modelo contábilométrico, baseado na relação entre a referida Lei e os Testes de Hipóteses  $X^2$ -teste e Z-teste, avaliando-se 93.825 empenhos, de uma instituição pública do estado de São Paulo, nos anos de 2017 a 2019, período em que ocorreu alteração legislativa que influenciou o comportamento das despesas. No geral, observou-se uma não compatibilidade dos dados coletados com a lei, com a presença de variações estatísticas consideráveis para o primeiro dígito 7 dos exercícios 2017 e 2018, o que evidencia a possível evasão à realização de licitações; e menores diferenças para os dígitos extraídos das despesas de 2019, exercício com a legislação atualizada, confirmando que a alteração de valores limite para aquisição de produtos e serviços teve profundo impacto na distribuição dos dígitos referentes aos gastos públicos realizados pela entidade. A lei traz contribuições importantes para avaliação e acompanhamento da despesa pública, servindo como instrumento auxiliar aos trabalhos de controle, especialmente no que diz respeito ao planejamento e à definição de dados proeminentes a serem verificados na identificação de distorções relevantes.

**Palavras-chave:** administração pública; controladoria pública; corrupção; empenhos; lei dos primeiros dígitos.



Este é um artigo publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Attribution, que permite uso, distribuição e reprodução em qualquer meio, sem restrições desde que o trabalho original seja corretamente citado.

**Abstract:** In order to mitigate the growing possibility of fraud and corruption by the Public Administration, considering the rapid evolution of information technology used today, tools that enable effective and continuous control of public accounts must be found. Thus, the objective of this work was to empirically verify how the NB Law could contribute to the analysis and control of public expenditure. For this, a quantitative and exploratory research was carried out in an accounting model based on the relationship between the aforementioned Law and the Hypothesis Tests  $X^2$ -test and Z-test, evaluating 93,825 efforts, of a public institution of São Paulo State, in the years 2017 to 2019, a period in which there was a legislative change that influenced the behavior of expenses. In general, a non-compatibility of the data collected with the law was observed, with considerable statistical variations for the first digit seven of the 2017 and 2018 fiscal years, demonstrating evasion from bidding and smaller differences for the digits extracted from the 2019 expenses, exercise with the updated legislation, confirming that the change in limit values for the acquisition of products and services had a profound impact on the distribution of the digits referring to public expenditures carried out by the entity. The law brings important contributions to the assessment and monitoring of public expenditure, serving as an auxiliary instrument for control work, especially with regard to planning and the definition of prominent data to be verified in order to identify relevant distortions.

**Keywords:** public administration; public comptrollership; corruption; commitments; law of the first digits.

## 1. Introdução

Diante de um cenário em que notícias sobre corrupção e fraudes no país invadem, quase que diariamente, a rotina da população, cada vez mais se fazem necessários a transparência e o controle da administração pública, que segundo Meirelles et al.<sup>[1]</sup> trata-se de todo aparelhamento do Estado, que realiza os serviços públicos visando a satisfação das necessidades coletivas da sociedade.

Uma definição atualizada para a atividade de controle, segundo Lima<sup>[2]</sup>, é a inspeção, o exame, o acompanhamento e a verificação exercidos sobre determinado alvo, de acordo com certos aspectos, visando averiguar o cumprimento do que já foi predeterminado ou evidenciar eventuais desvios, com o intuito de correção, não representando um fim em si mesmo, mas a parcela imprescindível de um mecanismo regular, que deve assinalar oportunamente os desvios normativos e as infrações aos princípios da legalidade, rentabilidade, utilidade e racionalidade das operações financeiras.

A transparência é definida por Abraham<sup>[3]</sup> como a promoção ao acesso e a participação da sociedade em todos os fatores relacionados com a arrecadação financeira e a realização das despesas públicas. Assim, como base da gestão administrativa, o controle e a transparência assumem caráter essencial para a administração pública, pois ao mesmo tempo em que lidam e apresentam os números contidos nas demonstrações contábeis, dão suporte aos atos praticados pelos gestores públicos<sup>[4]</sup>.

O referido controle, atualmente, faz-se necessário não apenas como simples resposta à demanda da sociedade por transparência e prestação de contas, mas como obrigações impostas por leis, criadas com o intuito de mitigar males como a corrupção e a ingerência do dinheiro público. Leis como a de Improbidade Administrativa, Responsabilidade Fiscal, Transparência Pública, Anticorrupção e Licitações e Contratos visam aplicação de aparatos para o aperfeiçoamento não só da gestão pública como também da gestão privada, em favor da probidade e responsabilidade<sup>[5]</sup>.  
[6], [7], [8], [9], [10].

Esse arsenal legislativo demonstra o amadurecimento institucional do País, e condiz com os melhores mecanismos de controle. Ainda que exista uma longa caminhada pela frente, o País continua em processo de fortalecimento democrático, passando a se posicionar entre os países que adotam as mais severas legislações do mundo no combate à corrupção, a exemplo da Inglaterra e dos EUA<sup>[11]</sup>.

Embora o país possua mecanismos legais desse porte, Cella e Zanolla<sup>[12]</sup> mencionam que a rápida evolução tecnológica da informação faz com que os métodos tradicionais de análise financeira também necessitem de evolução, a fim de propiciar uma análise tempestiva de todas as transações geradas e fornecer informações úteis para tomada de decisões, facilitando o trabalho dos auditores e contribuindo para a identificação de divergências operacionais e fraudes. Dessa forma, é evidente que ferramentas e instrumentos de controle devem ser cada vez mais aperfeiçoados e sistematizados, com a finalidade de se obter melhor transparência e gestão possíveis.

Surge-se, dessa forma, como possível instrumento contributivo para o controle, a Lei de Newcomb-Benford (Lei NB), a qual Nigrini<sup>[13]</sup> apresenta como uma nova ferramenta poderosa para contadores na análise de dados que podem ter sido alterados, com o escopo de detectar fraudes, erros ou manipulações, baseando-se na hipótese de que há frequências esperadas para as posições dos dígitos nas relações numéricas.

Em 1881, foi publicado no American Journal of Mathematics o artigo de Simon Newcomb, junto com a tabela Probabilidades para o primeiro e segundo dígito, explicando que em um conjunto de dados naturais, o primeiro algarismo de 1 a 9, lido da esquerda para direita, não possui a probabilidade de ocorrer igualmente para todos os dígitos, existindo um padrão de aparecimento<sup>[14]</sup>.

Contudo, o artigo não obteve repercussão e, após meio século, em 1938, Frank Benford promoveu um novo estudo analisando 20.229 conjuntos de observações aleatórias, que não possuíam relação entre si, redescobrimo o fenômeno do primeiro dígito, com as mesmas proporções que Newcomb<sup>[14]</sup> para os primeiros dígitos dos dados coletados, dando a conhecer que o fenômeno se aplicava a muitas tabelas de dados numéricos, tais como o mercado de ações, estatísticas censitárias e números contábeis<sup>[15]</sup>. A riqueza de evidências fornecidas pelo físico para revelar a realidade e a amplitude da lei, desde então, levou seu nome a, também, nomeá-la<sup>[16]</sup>.

Após o trabalho de Benford, o mais completo empírico daquele período, segundo Nigrini<sup>[17]</sup>, vários outros aplicaram a Lei NB, inclusive no contexto da contabilidade e auditoria. Nesse sentido,

foi Mark Nigrini o grande nome por trás dessa aplicação que, de acordo com Santos<sup>[18]</sup>, definiu os dois principais testes digitais que podem ser usados para determinar se os conjuntos de dados estão em conformidade com a Lei NB, tendo o escopo de separar o grupo anormal de centenas ou milhares de resultados para um exame mais aprofundado do respectivo grupo: teste do primeiro e do segundo dígito.

Destarte, com a necessidade de controle e transparência dos órgãos da Administração Pública, o objetivo deste trabalho é verificar empiricamente como se pode fazer uso da Lei NB como instrumento de análise e controle da despesa pública. O assunto é discutido de forma ainda incipiente no país, e deve ser explorado para verificação de utilidade, sendo realizado por meio de avaliação das despesas de uma instituição pública do estado de São Paulo. Portanto, o questionamento que norteia esta pesquisa é: a utilização da Lei NB como instrumento de análise e controle das despesas públicas é possível?

## 2. Material e Métodos

Um tanto quanto desconhecida, talvez pela simplicidade de sua teoria ou mesmo pela discricção de seus aplicadores, a Lei NB traz novo panorama para a contabilidade. Trata-se de um instrumento adicional para a análise junto à contabilometria, que Padoveze e Francischetti<sup>[19]</sup> definem como ferramenta que utiliza conhecimentos contidos nas diversas áreas de exatas e pesquisa operacional para, na extração de inferências, realizar previsões e controle do processo de gestão, com base nos dados financeiros das entidades. A lei, como Ciência Matemática, propicia a detecção de desvios de padrões contábeis, demonstrando que sua contribuição à contabilidade vai além da extração de dados<sup>[20]</sup>.

Descoberta experimentalmente pelo matemático Simon Newcomb, e posteriormente ratificada pelo físico Frank Benford, a Lei NB apresenta-se como uma anomalia da probabilidade, pois embora o senso comum impulse a crença de que em uma análise de números aleatórios, retirados de uma base de dados qualquer, os algarismos de 1 a 9 teriam a mesma chance de ocorrer em seu primeiro dígito válido, existe um padrão de ocorrência desses algarismos, em um conjunto de números naturais, conforme demonstrado na Tabela 1.

**Tabela 1.** Probabilidades para o primeiro e segundo dígito Usar fonte do mesmo tamanho do corpo do texto.

Dígito	Primeiro dígito	Segundo dígito
0	-	0,1197
1	0,301	0,1139
2	0,1761	0,1088
3	0,1249	0,1043
4	0,0969	0,1003
5	0,0792	0,0967
6	0,0669	0,0934
7	0,058	0,0904
8	0,0512	0,0876
9	0,0458	0,085

Fonte: Newcomb<sup>[14]</sup>.

Para calcular as probabilidades da tabela de Newcomb, Hill<sup>[15]</sup> apresentou a seguinte expressão matemática da lei que rege o primeiro e o segundo dígitos dos números aleatórios (Equações 1 e 2):

$$P(\text{primeiro dígito} = d) = \log_{10}(1+d^{-1}) \quad (1)$$

$$P(\text{segundo dígito} = d) = \sum_{k=1}^9 \log_{10} (1+(10k+d)^{-1}) \quad (2)$$

onde  $P(d)$  = probabilidade do dígito  $d$  em um número qualquer; (1)  $d$  = primeiro dígito pertencente ao conjunto de números de 1 a 9; (2)  $d$  = segundo dígito pertencente ao conjunto de números de 0 a 9.

No âmbito científico, o presente trabalho resultou de uma pesquisa multidisciplinar, especificamente embasada na análise quantitativa, fundamentada nas Ciências Contábeis e Matemáticas, englobando estatística, probabilidade e informática, aplicadas como instrumento de controle contínuo e análise criteriosa das contas públicas.

Segundo Lakatos e Marconi<sup>[21]</sup>, o enfoque quantitativo utiliza processo rigoroso, metódico e empírico visando produzir conhecimento, pois se utiliza de instrumentos estatísticos para a avaliação dos dados.

Esta pesquisa possui caráter exploratório, porque busca verificar a usabilidade da Lei NB como possível instrumento de análise do gasto público, com a coleta de informações financeiras de uma entidade estadual, descortinando dados e informações para a melhor compreensão do fenômeno que pode apontar a existência de desvios relevantes de conformidade com a referida lei na distribuição do primeiro e do segundo dígitos dos valores empenhados pelo Órgão.

A análise exploratória pode ser utilizada para organizar, medir, analisar e apresentar dados referentes às variáveis de uma pesquisa, informando sobre sua distribuição, tendências, variabilidade, bem como explicitando informações subjacentes ao fenômeno estudado, podendo, ainda, ser realizada independentemente da origem dos dados (por censo ou amostragem) e com qualquer conjunto deles, sejam qualitativos ou quantitativos, apresentando o resultado de modo legível e compreensível para o pesquisador<sup>[22]</sup>.

Uma vez que a Lei NB pode ser utilizada em diversas propostas metodológicas, para a presente pesquisa, visando atender à consecução do objetivo geral, aplicou-se o modelo contabilométrico utilizado por Santos et al.<sup>[23], [24]</sup>, semelhante ao criado pelos precursores Carslaw e Nigrini, o qual se fundamenta na relação entre a referida lei e os Testes de Hipóteses, sobre análise de valores de notas de empenhos que, como define o artigo 58 da Lei nº 4.320<sup>[25]</sup>, são atos integrantes de procedimento que visa à realização da despesa pela Administração Pública.

Desse modo, foram avaliados os empenhos emitidos por uma instituição pública do estado de São Paulo. Os dados, coletados no sistema financeiro da entidade, que engloba noventa unidades gestoras e emissoras de notas de empenho, distribuídas pela capital e por todo estado de São Paulo, referem-se às despesas realizadas nos exercícios de 2017, 2018 e 2019. Apreciou-se o tipo de compra realizada para os respectivos dispêndios, verificando-se a correspondência entre os dados coletados e a distribuição da Lei NB. Por fim, comparou-se as informações obtidas sobre o tipo de compra com a curva de Benford.

Os exercícios financeiros mencionados foram escolhidos pelo fato de ter ocorrido nesse período, especificamente no ano de 2018, a alteração do limite aplicado para realização de dispensas de licitações, exceção da realização do certame licitatório, com majoração de R\$ 8.000,00 para R\$ 17.500,00, a fim de possibilitar um exame comparativo entre os anos<sup>[26]</sup>.

Utilizando-se da totalidade dos empenhos emitidos pela instituição nos exercícios referenciados, chegou-se ao montante de 93.825 observações, sendo desconsiderados apenas os empenhos com valores inferiores a R\$ 10,00, por não possuírem o segundo dígito inteiro. Dessa forma, garantiu-se que as observações como um todo portassem um primeiro dígito diferente de zero e um segundo dígito inteiro e real. O desprezo dos dados com menos de dois dígitos não ocasionou alteração significativa na composição das observações, visto que representou, no contexto populacional, apenas 0,3%.

Em seguida, com a totalidade dos valores das notas de empenho emitidas nos exercícios, separou-se o primeiro e segundo dígito dos valores totais de cada empenho, compilando-os no mesmo nível de exame, utilizando-se o programa Microsoft Excel 2010. Após a tabulação dos dados, os testes de validação estatística foram realizados.

Em relação aos testes de validação estatística, entre as proporções observadas ( $P_o$ ) e as proporções esperadas ( $P_e$ ), Nigrini<sup>[13]</sup> ensina que não há uma técnica definida para determinar

como um conjunto de dados observado se ajusta à Lei NB. Deve-se, portanto, definir qual é o teste mais adequado em consideração aos dados que estão sendo observados, sendo que Teste Qui-quadrado ( $X^2$ -teste) e Teste Estatística Z (Z-teste) são os mais utilizados para a análise de conformidade entre a observação da distribuição avaliada e as proporções previstas pela Lei NB<sup>[12], [18], [23], [24], [27], [28]</sup>.

O Z-teste foi usado como medida de significância estatística na definição das divergências entre as distribuições das probabilidades observadas (PO) e esperadas (PE), empregadas separadamente para cada uma das variáveis, ou seja, para cada dígito. Analisou-se a significância da diferença individual do dado, seguindo o que preconiza Gujarati<sup>[29]</sup>, mediante utilização da fórmula (Equação 3), para o primeiro e segundo dígitos:

$$Z = \frac{|PO - PE| - \left(\frac{1}{2N}\right)}{\sqrt{\frac{PE(1-PE)}{N}}} \quad (3)$$

onde N é o número de observações;  $1/2N$  é o termo de correção de continuidade, sendo utilizado apenas quando for menor que  $|PO - PE|$ . Adotou-se o nível de significância de  $\alpha = 0,05$ , com um Zcrítico igual a 1,96.

O  $X^2$ -teste foi utilizado para determinar se as duas distribuições de probabilidade, em sua totalidade, estão em conformidade uma com a outra. Segundo Martins e Théophilo<sup>[30]</sup>, esse teste verifica se as discrepâncias entre as frequências observadas e as frequências esperadas da população são devido ao acaso ou se, de fato, existe diferença significativa entre elas. Dessarte, foi possível verificar se as frequências observadas dos dígitos coletados como um todo seguem a distribuição prevista na Lei NB, mediante a aplicação da seguinte fórmula para o primeiro e segundo dígitos (Equação 4):

$$\text{Qui - quadrado } (X^2) = N \sum_{d=1}^k \frac{(PO - PE)^2}{PE} \quad (4)$$

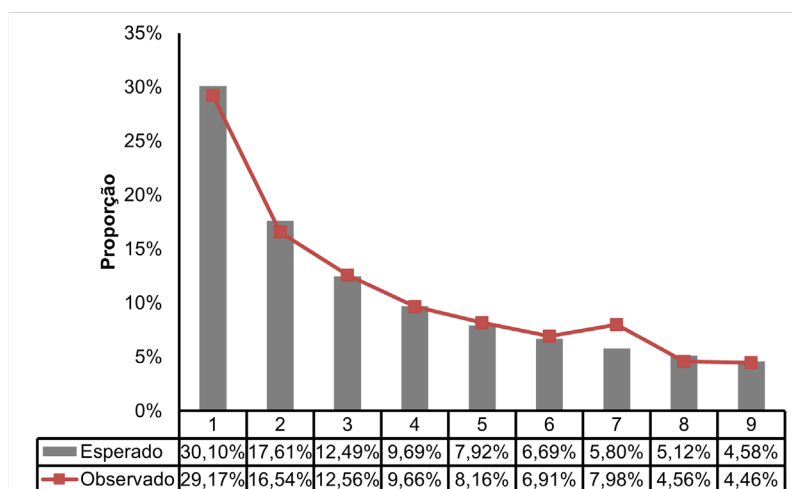
onde PO e PE são as proporções observadas e esperadas definidas por:  $PO = (PO) \times (\text{no. da população})$  e  $PE = (PE) \times (\text{no. da população})$ . Adotou-se nível de significância  $\alpha = 0,05$ , obtendo-se valor crítico para o  $X^2$  igual a 15,507.

Com base no método dedutivo, que Lakatos e Marconi<sup>[21]</sup> caracterizam como aquele que, na maioria das vezes, prediz a ocorrência de fenômenos particulares por meio do que está prescrito em teoria e leis (conexão descendente), utilizou-se as hipóteses abaixo para a análise local dos desvios em cada dígito, formados pelo Z-teste, e para a análise global do desvio da sequência de todos os dígitos, formado pelo  $X^2$ -teste:

- $H_0$  – Não existe diferença estatisticamente significativa entre distribuições de probabilidades observadas (PO) e esperadas (PE);
- $H_1$  – Existe diferença estatisticamente significativa entre distribuições de probabilidades observadas (PO) e esperadas (PE).
- Como limitação da pesquisa, ressalta-se a não possibilidade de realização de um trabalho de campo presencial em todas as unidades da entidade, uma vez que as análises e conclusões refletem apenas o comportamento dos dados das despesas realizadas obtidos de forma eletrônica pelo Sistema Financeiro Mercúrioweb.

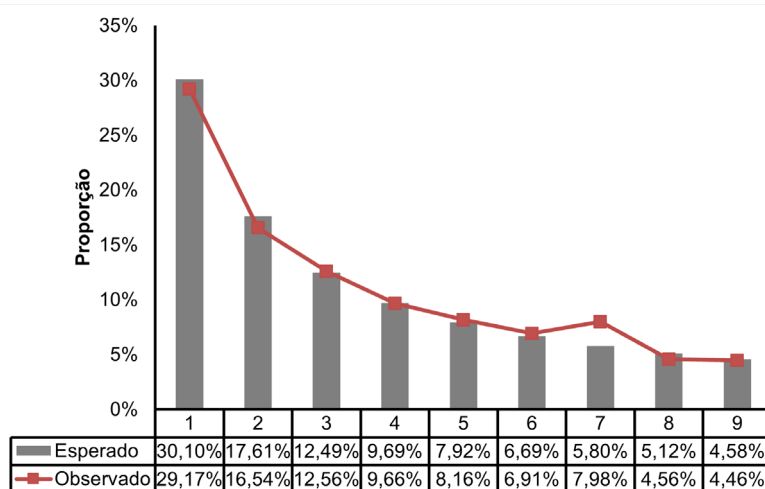
### 3. Resultados e Discussão

Em princípio, dispersando-se do rigor específico dos níveis de significância, a simples observação da distribuição dos algarismos de 1 a 9 para o primeiro dígito, retratadas nas Figuras 1, 2 e 3, demonstra que a Lei NB também é aplicável aos valores das notas de empenho resultantes da despesa pública, confirmando resultados obtidos em pesquisas anteriormente realizadas, que já testaram sua aplicabilidade aos gastos públicos<sup>[12], [23], [24], [27]</sup>.



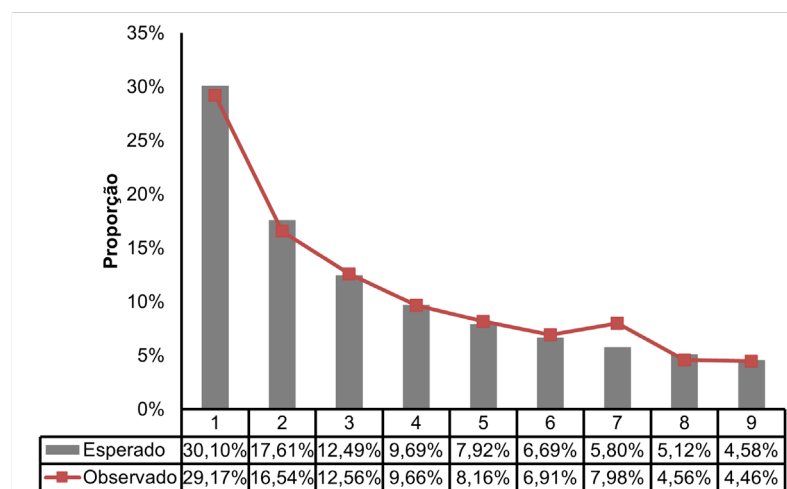
**Figura 1.** Análise aplicada ao primeiro dígito - Ano 2017

Fonte: Resultados originais da pesquisa.



**Figura 2.** Análise aplicada ao primeiro dígito - Ano 2018

Fonte: Resultados originais da pesquisa.



**Figura 3.** Análise aplicada ao primeiro dígito - Ano 2019

Fonte: Resultados originais da pesquisa.

Com as distribuições acima especificadas, destaca-se que nos exercícios de 2017 e 2018, quando ainda vigorava o regramento com o limite de dispensa de licitações no valor de R\$ 8.000,00 para compra de materiais e serviços, os primeiros dígitos com o número 7 demonstraram superioridade nas quantidades com relação à curva da Lei NB, indicando excesso de dispensas realizadas próximas ao limite legal de compra por esse procedimento.

Já em 2019, com o limite diferenciado em todo o exercício, notou-se estabilidade do primeiro dígito 7, com maior variação para o primeiro dígito 1 entre os exercícios financeiros, talvez em consideração ao limite de dispensação alterado para R\$ 17.500,00.

Contudo, de modo mais específico, servindo-se da metodologia anteriormente fundamentada, as tabelas a seguir apresentam os resultados do Z-teste e  $\chi^2$ -teste para o primeiro e o segundo dígitos, respectivamente P(1) e P(2), aplicados na análise individual referente aos valores dos empenhos emitidos pela instituição, demonstrando as grandes variações ocorridas.

Na Tabela 2, com os dados de 2017 para o primeiro dígito, denota-se em cinco testes, P(1): 3, 4, 5, 6 e 9, que os valores obtidos com a medida estatística Z ficaram abaixo do Z crítico para o nível de significância estabelecido, ocasionando a aceitação da hipótese nula  $H_0$  para tais ocorrências. Nas demais observações, os valores da medida estatística Z indicaram a ocorrência de desvios significativos, ocasionando para esses dígitos a aceitação da hipótese alternativa  $H_1$ . O resultado do  $\chi^2$ -teste evidenciou a necessidade de rejeição da hipótese nula  $H_0$ , indicando que a distribuição do primeiro dígito para os valores das notas de empenho em sua totalidade não foi compatível com a probabilidade prevista pela Lei NB.

**Tabela 2.** Análise aplicada ao primeiro dígito - Ano 2017

Primeiro dígito	Contagem observada	Lei NB (Pe)	Proporção observada (Po)	Desvio (Po-Pe)	Contagem esperada	Valor de Z	$\chi^2$
1	9.265	0,3010	0,2917	- 0,0093	9.560	3,61	9,088
2	5.254	0,1761	0,1654	- 0,0107	5.593	5,00	20,540
3	3.990	0,1249	0,1256	0,0007	3.967	0,38	0,135
4	3.067	0,0969	0,0966	- 0,0003	3.078	0,21	0,036
5	2.592	0,0792	0,0816	0,0024	2.515	1,58	2,333
6	2.196	0,0669	0,0691	0,0022	2.125	1,59	2,390
7	2.533	0,0580	0,0798	0,0218	1.842	16,57	259,148
8	1.447	0,0512	0,0456	- 0,0056	1.626	4,57	19,729
9	1.416	0,0458	0,0446	- 0,0012	1.455	1,05	1,025
	31.760	1	1		31.760		314,424

Nota: Z crítico = 1,96;  $\chi^2$  crítico = 15,507.

Fonte: Resultados originais da pesquisa.

A Tabela 3, com os dados de 2017 para o segundo dígito, identificou apenas o P(2): 6 como abaixo do Z crítico para o nível de significância estabelecido, ocasionando a aceitação da hipótese nula  $H_0$  para esse dígito. Nas demais observações, P(2): 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8 e 9, os valores da medida estatística Z indicaram a ocorrência de desvios significativos, ocasionando para esses dígitos a aceitação da hipótese alternativa  $H_1$ . Embora um pouco menor para o segundo dígito, o resultado do  $\chi^2$ -teste evidenciou a necessidade de rejeição da hipótese nula  $H_0$ , indicando, também, a não compatibilidade com a Lei NB.

**Tabela 3.** Análise aplicada ao segundo dígito - Ano 2017

Primeiro dígito	Contagem observada	Lei NB (Pe)	Proporção observada (Po)	Desvio (Po-Pe)	Contagem esperada	Valor de Z	$\chi^2$
0	4.385	0,1197	0,1381	0,0184	3.802	10,07	89,506
1	3.243	0,1139	0,1021	- 0,0118	3.617	6,62	38,763
2	3.330	0,1088	0,1048	- 0,0040	3.455	2,27	4,557
3	2.970	0,1043	0,0935	- 0,0108	3.313	6,30	35,427
4	3.051	0,1003	0,0961	- 0,0042	3.186	2,52	5,681
5	3.239	0,0967	0,1020	0,0053	3.070	3,18	9,169
6	2.911	0,0934	0,0917	- 0,0017	2.966	1,08	1,034
7	2.672	0,0904	0,0841	- 0,0063	2.870	3,91	13,807
8	2.964	0,0876	0,0933	0,0057	2.782	3,60	11,883
9	2.995	0,0850	0,0943	0,0093	2.700	5,93	32,324
	31.760	1	1		31.760		242,150

Nota: Z crítico = 1,96;  $\chi^2$  crítico = 15,507.

Fonte: Resultados originais da pesquisa.

Na Tabela 4, com os dados de 2018 para o primeiro dígito, em apenas quatro testes, P(1): 1, 4, 5 e 6, os valores obtidos ficaram abaixo do Z crítico para o nível de significância estabelecido, ocasionando a aceitação da hipótese nula  $H_0$  para tais ocorrências. Nas demais observações os valores indicaram a ocorrência de desvios significativos, ocasionando para esses dígitos a aceitação da hipótese alternativa  $H_1$ . O resultado do  $\chi^2$ -teste evidenciou a necessidade de rejeição da hipótese nula  $H_0$ , indicando que a distribuição do primeiro dígito para os valores das notas de empenho em sua totalidade não foi compatível com a probabilidade prevista pela Lei NB.

**Tabela 4.** Análise aplicada ao primeiro dígito - Ano 2018

Primeiro dígito	Contagem observada	Lei NB (Pe)	Proporção observada (Po)	Desvio (Po-Pe)	Contagem esperada	Valor de Z	$\chi^2$
1	8.742	0,3010	0,2998	- 0,0012	8.777	0,46	0,141
2	4.731	0,1761	0,1622	- 0,0139	5.135	6,22	31,796
3	3.850	0,1249	0,1320	0,0071	3.642	3,67	11,869
4	2.808	0,0969	0,0963	- 0,0006	2.826	0,36	0,110
5	2.295	0,0792	0,0787	- 0,0005	2.309	0,32	0,091
6	1.987	0,0669	0,0681	0,0012	1.951	0,84	0,672
7	2.182	0,0580	0,0748	0,0168	1.691	12,28	142,381
8	1.308	0,0512	0,0449	- 0,0063	1.493	4,93	22,922
9	1.257	0,0458	0,0431	- 0,0027	1.336	2,21	4,617
	29.160	1	1		29.160		214,599

Nota: Z crítico = 1,96;  $\chi^2$  crítico = 15,507.

Fonte: Resultados originais da pesquisa.

A Tabela 5, com os dados de 2018 para o segundo dígito, constatou apenas os P(2): 2 e 4 como abaixo do Z crítico para o nível de significância estabelecido, ocasionando a aceitação da hipótese nula  $H_0$ . Nas demais observações, P(2): 1, 3, 5, 6, 7, 8 e 9, os valores da medida estatística Z indicaram a ocorrência de desvios significativos, ocasionando para esses dígitos a aceitação da hipótese alternativa  $H_1$ . O resultado do  $\chi^2$ -teste, maior que para o primeiro dígito, evidenciou a necessidade de rejeição da hipótese nula  $H_0$ , indicando a não compatibilidade com a Lei NB.



**Tabela 5.** Análise aplicada ao segundo dígito - Ano 2018

Primeiro dígito	Contagem observada	Lei NB (Pe)	Proporção observada (Po)	Desvio (Po-Pe)	Contagem esperada	Valor de Z	$\chi^2$
0	3.777	0,1197	0,1295	0,0098	3.490	5,16	23,524
1	2.981	0,1139	0,1022	- 0,0117	3.320	6,28	34,872
2	3.086	0,1088	0,1058	- 0,0030	3.173	1,64	2,364
3	2.640	0,1043	0,0905	- 0,0138	3.040	7,70	52,973
4	2.893	0,1003	0,0992	- 0,0011	2.925	0,63	0,345
5	3.050	0,0967	0,1046	0,0079	2.820	4,55	18,798
6	2.902	0,0934	0,0995	0,0061	2.724	3,58	11,693
7	2.315	0,0904	0,0794	- 0,0110	2.636	6,57	39,105
8	2.797	0,0876	0,0959	0,0083	2.554	5,01	23,037
9	2.719	0,0850	0,0932	0,0082	2.479	5,04	23,316
	29.160	1	1		29.160		230,027

Nota: Zcrítico = 1,96;  $\chi^2$ crítico = 15,507.

Fonte: Resultados originais da pesquisa.

Na Tabela 6, com os dados de 2019 para o primeiro dígito, nota-se que em cinco testes, P(1): 3, 6, 7, 8 e 9, os valores obtidos com a medida estatística Z ficaram abaixo do Zcrítico para o nível de significância estabelecido, ocasionando a aceitação da hipótese nula  $H_0$  para tais ocorrências. Em outros dois, P(1): 4 e 5, embora rejeitada a hipótese nula  $H_0$ , os resultados ficaram bem aproximados do Zcrítico, com uma leve superioridade, restando o nível crítico ultrapassado de forma contundente apenas em P(1): 1 e 2. Fica evidente, portanto, que 2019 foi o exercício mais compatível com a Lei NB entre os selecionados na distribuição do primeiro dígito, inclusive apresentando menor variação no resultado do  $\chi^2$ -teste, ainda que o nível crítico para  $\chi^2$  tenha sido ultrapassado e que sua hipótese nula  $H_0$  tenha sido rejeitada.

**Tabela 6.** Análise aplicada ao primeiro dígito - Ano 2019

Primeiro dígito	Contagem observada	Lei NB (Pe)	Proporção observada (Po)	Desvio (Po-Pe)	Contagem esperada	Valor de Z	$\chi^2$
1	10.221	0,3010	0,3106	0,0096	9.904	3,80	10,120
2	5.473	0,1761	0,1663	- 0,0098	5.795	4,66	17,846
3	4.171	0,1249	0,1268	0,0019	4.110	1,01	0,910
4	3.083	0,0969	0,0937	- 0,0032	3.188	1,98	3,490
5	2.704	0,0792	0,0822	0,0030	2.606	1,99	3,680
6	2.213	0,0669	0,0673	0,0004	2.201	0,25	0,062
7	1.953	0,0580	0,0594	0,0014	1.908	1,04	1,038
8	1.629	0,0512	0,0495	- 0,0017	1.685	1,41	1,844
9	1.458	0,0458	0,0443	- 0,0015	1.507	1,31	1,596
	32.905	1	1		32.905		40,586

Nota: Zcrítico = 1,96;  $\chi^2$ crítico = 15,507.

Fonte: Resultados originais da pesquisa.

A Tabela 7, com os dados de 2019 para o segundo dígito, identificou apenas os P(2): 2, 6 e 8, como abaixo do nível crítico de significância para Z, ocasionando a aceitação da hipótese nula  $H_0$ . Nas demais observações, P(2): 1, 3, 4, 5, 7, e 9, os valores da medida estatística Z indicaram a ocorrência de desvios significativos, ocasionando para esses dígitos a aceitação da hipótese

alternativa  $H_1$ . O resultado para o  $\chi^2$ -teste evidenciou, com aumento expressivo do nível relativo ao crítico, a necessidade de rejeição da hipótese nula  $H_0$ , indicando sua não compatibilidade com a Lei NB.

**Tabela 7.** Análise aplicada ao segundo dígito - Ano 2019

Primeiro dígito	Contagem observada	Lei NB (Pe)	Proporção observada (Po)	Desvio (Po-Pe)	Contagem esperada	Valor de Z	$\chi^2$
0	4.242	0,1197	0,1289	0,0092	3.938	5,14	23,351
1	3.343	0,1139	0,1016	- 0,0123	3.748	7,03	43,739
2	3.577	0,1088	0,1087	- 0,0001	3.580	0,06	0,003
3	3.223	0,1043	0,0979	- 0,0064	3.432	3,78	12,727
4	3.191	0,1003	0,0970	- 0,0033	3.300	2,02	3,624
5	3.474	0,0967	0,1056	0,0089	3.182	5,44	26,812
6	3.136	0,0934	0,0953	0,0019	3.072	1,18	1,278
7	2.720	0,0904	0,0827	- 0,0077	2.975	4,90	21,794
8	2.975	0,0876	0,0904	0,0028	2.882	1,79	2,970
9	3.024	0,0850	0,0919	0,0069	2.796	4,48	18,436
	32.905	1	1		32.905		154,733

Nota: Z crítico = 1,96;  $\chi^2$  crítico = 15,507.

Fonte: Resultados originais da pesquisa.

A Tabela 8 agrega, sinteticamente, os dados coletados de todos os exercícios, com o resultado dos testes de significância dos dois primeiros dígitos avaliados em cada ano:

**Tabela 8.** Dados de todos os exercícios – 2017, 2018 e 2019

Dígitos para Z	2017		2018		2019	
	P(1)	P(2)	P(1)	P(2)	P(1)	P(2)
0	-	10,07	-	5,16	-	5,14
1	3,61	6,62	0,46	6,28	3,80	7,03
2	5,00	2,27	6,22	1,64	4,66	0,06
3	0,38	6,30	3,67	7,70	1,01	3,78
4	0,21	2,52	0,36	0,63	1,98	2,02
5	1,58	3,18	0,32	4,55	1,99	5,44
6	1,59	1,08	0,84	3,58	0,25	1,18
7	16,57	3,91	12,28	6,57	1,04	4,90
8	4,57	3,60	4,93	5,01	1,41	1,79
9	1,05	5,93	2,21	5,04	1,31	4,48
$\chi^2$	314,424	242,150	214,599	230,027	40,586	154,733

Notas: Zcrítico = 1,96;  $\chi^2$ crítico = 15,507.

Fonte: Resultados originais da pesquisa.

Os dados tabulados apresentam, com a circunspeção dos testes estatísticos, a diferença individual e coletiva das observações quanto à proporção esperada pela Lei NB:

- para os P(1) dos anos de 2017 e 2019, quatro algarismos ultrapassaram o limite para o Zcrítico (pouco menos da metade), enquanto que, em 2018, isso ocorreu com cinco algarismos (pouco mais da metade). Com destaque para P(1): 7 dos exercícios 2017 e 2018, que obteve a maior variação estatística e o maior excesso de observações, enquanto os

P(1): 8 e 9 desses exercícios apresentaram menos ocorrências do que o esperado. Para os P(1) de 2019, as diferenças estatísticas e observadas foram bem menores do que os demais exercícios;

- para os P(2), houve maior variação, pois pelo menos sete algarismos ficaram acima do limite Zcrítico em todos os exercícios, sendo que, em 2019, obteve-se a menor variação entre as observações;
- o uso do  $\chi^2$ -teste para análise coletiva dos dados evidenciou significativa discrepância com relação à totalidade da população observada em todos os períodos, demonstrando que não há paridade com a Lei NB, ficando o ano de 2019, mais uma vez, com a menor variação entre as observações, destacando-se pela margem considerável.

Sobre as não conformidades encontradas, cabe ressaltar que:

- os testes associados à Lei NB são utilizados para apontar desvios nas sequências numéricas que indiquem possíveis irregularidades, o que não implica, por si só, em uma conclusão definitiva de manipulação dos registros. Sua função é facilitar os trabalhos subsequentes de controle, pois, assim como explica Nigrini<sup>[31]</sup>, a Lei NB fornece um “benchmark” de comparação definindo as distribuições esperadas de dígitos, permitindo que o contador interprete os resultados observados. Se qualquer número nos registros contábeis avaliados estiver fora do padrão de referência da lei, uma investigação adicional poderá ser executada para as transações específicas destacadas. Compreendendo-se, com isso, que a variação encontrada não é uma conclusão, e sim um alerta para uma investigação mais aprofundada do item proeminente;
- com relação às variações de P(2) encontradas no estudo, considerando-se a abordagem financeira da pesquisa, Nigrini<sup>[13]</sup> argumenta que a aplicação empírica da Lei NB tem demonstrado que, por se tratar de uma base de dados relativa a pagamentos, esse tipo de tabela geralmente apresenta excesso de dígitos 0 e 5, por conta dos números “redondos” praticados no comércio e não constitui, de maneira geral, causa para maiores preocupações.

Realizando-se uma análise descritiva da base de dados construída, foram obtidas as informações descritas na Tabela 9, demonstrando as variáveis do conjunto:

**Tabela 9.** Estatística descritiva

Descrição	R\$
Total da população observada (empenhos)	93.825
Valor total da soma dos valores dos empenhos	746.898.272,10
Valor mínimo encontrado entre os empenhos	10,00
Média dos valores observados	7.960,55
Mediana	1.350,00
Valor máximo encontrado entre os empenhos	6.776.524,24
Moda	180,00
Desvio padrão da população	68.412,91
Assimetria	0,11
Curtose	2.502,22
Percentis 25	485,85
Percentis 50	1.350,00
Percentis 75	3.800,00
Percentis 99	115.700,40
Percentis 1	6.776.524,24

Fonte: Resultados originais da pesquisa.

Com a análise, percebe-se uma enorme dispersão entre os valores empenhados da população, com média, mediana e moda obtendo grandes variações de valor entre si e um desvio padrão bem elevado positivamente. A existência de alguns “outliers” de valores milionários empenhados pela entidade pode ter ocasionado tal diferença, pois representam menos de 1% da população, embora

possuam valores significativamente maiores em relação ao restante dos dados.

Essa variação corrobora a aleatoriedade do conjunto, característica necessária e essencial para efetividade e consecução de resultados na utilização da Lei NB em uma base de dados, pois demonstra inaplicabilidade de limites ou qualquer outro critério para utilização.

### 3.1 Análise Crítica dos Resultados

De maneira geral, embora a observação simples dos primeiros dígitos tenha expressado um acompanhamento da curva de Benford, denota-se um grande número de Algarismos que destoaram com relação aos testes estáticos realizados, demonstrando possíveis anomalias em dados específicos das despesas, que devem ser investigados com mais afinco, pois, como Silva et al.<sup>[32]</sup> explicam, a identificação de discrepâncias nas despesas públicas sob a análise da Lei NB permite a elaboração de trilhas para o controle interno. As trilhas, por sua vez, possibilitam que a equipe de controle tenha melhor otimização de recursos humanos e tempo para a seleção de amostras, com os pontos mais relevantes no processo de fiscalização de recursos.

Sob esse aspecto, Nigrini<sup>[31]</sup> também afirma que um contador pode realizar um exame mais efetivo utilizando a Lei NB, com a capacidade de adentrar-se na análise dos documentos originais, conforme necessário, por meio da aplicação de julgamento profissional e de técnicas estatísticas, podendo desvendar anomalias que atendem aos critérios para investigação adicional. Ademais, com o uso da análise digital, sistemas podem ser criados para averiguar as transações sem interrupções, como um método proativo, para a detecção preditiva de possíveis fraudes ou irregularidades<sup>[13]</sup>.

Por meio do uso desses artifícios, Santos et al.<sup>[20]</sup>, em estudo para verificar se o modelo contábilométrico baseado na Lei NB era aplicável ao trabalho de fiscalização do imposto sobre serviços de uma Prefeitura Municipal do nordeste brasileiro, conseguiu identificar desvios com a emissão e escrituração de notas fiscais. Esses foram confirmados pela auditoria fiscalizatória, e a aderência e aplicabilidade do modelo ficaram comprovadas a partir do momento em que foram incluídas as informações corretas e o reteste nos dados foi realizado, pois os indicadores de divergências iniciais tiveram seus valores reduzidos.

Na área privada das instituições, Santos<sup>[18]</sup> efetuou um estudo de caso em uma empresa do setor educacional, com a finalidade de determinar se a aplicação da Lei NB poderia ser ferramenta objetiva e eficaz na identificação de possíveis fraudes, erros ou irregularidades nos dados contábeis da empresa. Obtendo êxito na utilização da Lei NB, após avaliação das contas contábeis da referida empresa, concluiu pela existência de valores não conformes com o modelo e que mereciam análise aprofundada por parte dos auditores, em informações específicas, proporcionando foco para auditoria.

Dessa maneira, com base na metodologia aplicada no presente estudo, fica claro que não apenas o controle interno da administração pública, como também empresas privadas e órgãos fiscalizatórios do poder público, podem ter seus controles beneficiados ao programar rotinas de análises para avaliação mais eficiente e concomitante em busca de possíveis fraudes contábeis e financeiras. Além disso, auditorias independentes podem, também, colocar em prática essas rotinas nas empresas de seus clientes, para avaliar possíveis ocorrências de litígios contábeis com maior efetividade.

## 4. Conclusão

O presente trabalho comprovou a possibilidade de utilização da Lei NB para constatações da existência de desvios relevantes na análise do primeiro e segundo dígitos dos dispêndios públicos de entidade estadual, identificando modelos para contábilometria que se apliquem ao controle das despesas públicas. A análise do primeiro e do segundo dígitos das despesas realizadas pela entidade, nos anos de 2017 a 2019, apresentou a ocorrência de grandes desvios na maior parte das observações individuais e coletivas com relação à distribuição prevista pela Lei NB, indicando a existência de diferenças significativas entre as distribuições e inconformidade com a frequência esperada.

Os testes estatísticos revelaram que os maiores desvios foram para P(1): 7, nos anos de 2017 e 2018, com excesso de aparições, sendo que os Algarismos 8 e 9 apresentaram escassez de ocorrências, sugerindo um comportamento de evasão à realização de licitações aos gastos.

Esse comportamento, por si só, não estabelece comprovações sobre irregularidades no ato praticado, pois o Administrador possui margem discricionária para agir de forma a atender o interesse público dentro dos limites legais, utilizando-se de princípios basilares da administração como planejamento, isonomia, economicidade e eficiência em suas decisões. No entanto, o comportamento demonstra superioridade na opção de evitar a realização de contratações por meio de licitações, o que deve ser averiguado de forma mais aprofundada e cautelosa.

O uso da Lei NB consegue identificar a necessidade de atualização monetária dos limites legais para contratações públicas, mostrando-se eficaz quanto à determinação de desvios comportamentais de seus gastos, podendo detectar a existência de erros, fraudes e tendências comportamentais dos gestores na utilização dos recursos públicos. Estabelece efetivo subsídio às equipes de controle, sobretudo na elaboração do seu planejamento e na definição da amostra a ser avaliada de forma mais aprofundada.

Sua aplicação, agregada a um ambiente de controle digital, pode, ainda, garantir aos órgãos de controle a emissão de alertas sistematizados indicativos de grandes desvios por demasia ou escassez na ocorrência dos dígitos, os quais se prestariam como mais um indicador de suporte à tomada de decisão, com reverberação na melhoria dos resultados, efetivando, assim, o emprego dos recursos e o foco fiscalizatório às áreas prioritárias.

Como limitação do estudo, pôde-se destacar a impossibilidade de realização de uma pesquisa de campo, mesmo que por amostragem, avaliando a motivação e a finalidade dos gastos realizados. Para pesquisas posteriores poderiam ser levadas em consideração outras abordagens estatísticas para testagem do método, bem como a verificação da distribuição dos dígitos de empenhos emitidos com as novas atualizações legais ocorridas em 2021, com majoração dos limites para dispensas de licitações.

A pesquisa, por conseguinte, trouxe contribuições empíricas para o tema da inclusão da Lei NB no processo de gerenciamento da despesa pública, como ferramenta auxiliar aos trabalhos de controle e fiscalização, ao demonstrar que sua aplicação contribui na identificação de distorções relevantes, podendo ser utilizada como procedimento de controle contínuo, mediante o uso de instrumentos tecnológicos de extração e análise de dados. Outrossim, o modelo contabilométrico apresentado pode ser instrumento auxiliador no controle contábil de empresas privadas e auditorias externas.

**Contribuições dos autores:** Freitas, A.H.O.: Conceitualização do trabalho; Aquisição de dados sistemáticos; Análise dos dados coletados; Definição e aplicação da Metodologia; Escrita e edição das informações de forma analítica; Magnani, V.M.: Colaboração na conceitualização do trabalho e no desenvolvimento de inferências estatísticas e suas fórmulas.

**Como citar:** Freitas A.H.O.; Magnani V. M. Lei de Newcomb-Benford como instrumento de análise e controle das despesas públicas. Quaestum. 2022; 3: e26750595.

## Referências

- [1] Meirelles H.L.; Burlle Filho J.E.; Burlle C.R. Direito administrativo brasileiro. 2018. 43ed. Malheiros, São Paulo, SP, Brasil.
- [2] Lima L.H. Controle externo: teoria e jurisprudência para os tribunais de contas. 2021. 9ed. Método, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/books/9788530992705>>.
- [3] Abraham M. Lei de responsabilidade fiscal comentada. 2017. 2ed. Forense, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/books/9788530975098>>.
- [4] Castro D.P. Auditoria, contabilidade e controle interno no setor público. 2018. 7ed. Atlas, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/books/9788597018455>>.
- [5] Brasil. Presidência da República. Lei nº 8.429, de 2 de junho de 1992. Dispõe sobre as sanções aplicáveis aos agentes públicos nos casos de enriquecimento ilícito no exercício de mandato, cargo, emprego ou função na administração pública direta, indireta ou fundacional e dá outras providências. Brasília, DF; 1992. Disponível em: <<http://www.planalto.gov.br>>.
- [6] Brasil. Presidência da República. Lei Complementar nº 101, de 4 de maio de 2000. Estabelece normas de finanças públicas voltadas para a responsabilidade na gestão fiscal e dá outras providências. Brasília, DF; 2000. Disponível em: <<http://www.planalto.gov.br>>.
- [7] Brasil. Presidência da República. Lei Complementar nº 131, de 27 de maio de 2009. Acrescenta dispositivos à Lei Complementar nº 101, de 4 de maio de 2000, que estabelece normas de finanças públicas voltadas para a responsabilidade na gestão fiscal e dá outras providências, a fim de determinar a disponibilização, em tempo real, de informações pormenorizadas sobre a execução orçamentária e financeira da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios. Brasília, DF; 2009. Disponível em: <<http://www.planalto.gov.br>>.
- [8] Brasil. Presidência da República. Lei nº 12.527, de 18 de novembro de 2011. Regula o acesso a informações previsto no inciso XXXIII do art. 5º, no inciso II do § 3º do art. 37 e no § 2º do art. 216 da Constituição Federal. Brasília, DF; 2011. Disponível em: <<http://www.planalto.gov.br>>.

- [9] Brasil. Presidência da República. Lei nº 12.846, de 1º de agosto de 2013. Dispõe sobre a responsabilização administrativa e civil de pessoas jurídicas pela prática de atos contra a administração pública, nacional ou estrangeira, e dá outras providências. Brasília, DF, 2013. Disponível em: <<http://www.planalto.gov.br>>.
- [10] Brasil. Presidência da República. Lei nº 14.133, de 1º de abril de 2021. Lei de licitações e contratos administrativos. Brasília, DF, 2021. Disponível em: <<http://www.planalto.gov.br>>.
- [11] Dipp G.; Castilho M.L.V. Comentários sobre a lei anticorrupção. 2016. Saraiva Educação, São Paulo, SP, Brasil. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/books/9788502630987>>.
- [12] Cella R.S.; Zanolla E. A lei de benford e a transparência: uma análise das despesas públicas municipais. Braz. Bus. Rev. 2018; 15(4): 331-347.
- [13] Nigrini M.J. Benford's law: applications for forensic accounting, auditing, and fraud detection. 2012. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, EUA.
- [14] Newcomb S. Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers. Am. J. Math. 1881; 4(1): 39-40.
- [15] Hill T.P. The first-digit phenomenon. Am. Sci. 1998; 86(4): 358-363.
- [16] Matthews R. The power of one. New Sci. 1999; 163: 26-30.
- [17] Nigrini M.J. Digital analysis using benford's law: tests & statistics for auditors. EDPACS. 2001; 28(9): 1-2.
- [18] Santos R.F.R. Avaliação da conformidade de dados financeiros utilizando a lei de benford [Trabalho de Conclusão de Curso]. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, Brasil. Disponível em: <<https://acervodigital.ufpr.br>>.
- [19] Padoveze C.L.; Francischetti C.E. Planejamento econômico e orçamento: contabilidade integrando estratégia e planejamento orçamentário. 2017. Saraiva, São Paulo, SP, Brasil. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/books/9788547221232>>.
- [20] Santos J.; Ribeiro Filho J.F.A.; Lagioia U.; Alves Filho B.F.; Araújo I.J.C. Aplicações da lei de Newcomb-Benford na auditoria tributária do imposto sobre serviços de qualquer natureza (ISS). RC&F. 2009; 20(49): 79-94.
- [21] Lakatos E.M.; Marconi M.A. Metodologia científica. 2017. 7ed. Atlas, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [22] Baptista M.N.; Campos D.C. Metodologias de pesquisa em ciências: análises quantitativa e qualitativa. 2016. 2ed. LTC, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [23] Santos J.; Diniz J.A.; Ribeiro Filho J.F.A. 2003. Lei de Newcomb-Benford: uma aplicação para determinar o DNA-equivalente das despesas no setor público. In: 3º Congresso USP de Controladoria e Contabilidade, 2003, São Paulo, SP, Brasil. p. 59.
- [24] Santos J.; Tenório J.N.B.; Silva L.G.C. Uma aplicação da teoria das probabilidades na contabilidade: A lei Newcomb-Benford como medida para análise de dados no campo da auditoria contábil. JAMG. 2003; 6(1): 35-54.
- [25] Brasil. Congresso Nacional. Lei nº 4.320, de 17 de março de 1964. Estatui Normas Gerais de Direito Financeiro para elaboração e controle dos orçamentos e balanços da União, dos Estados, dos Municípios e do Distrito Federal. Brasília, DF; 1964. Disponível em: <<http://www.planalto.gov.br>>.
- [26] Brasil. Presidência da República. Decreto nº 9.412, de 18 de junho de 2018. Atualiza os valores das modalidades de licitação de que trata o art. 23 da Lei nº 8.666, de 21 de junho de 1993. Brasília, DF; 2018. Disponível em: <<http://www.planalto.gov.br>>.
- [27] Freitas M.A.C. A aplicação da lei de newcomb-benford na auditoria governamental das despesas liquidadas do metrô [Trabalho de Conclusão de Curso]. 2013. Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil. Disponível em: <<https://bdm.unb.br>>.
- [28] Santos C.C. Aplicação da Lei de Benford na auditoria – estudo de caso [Dissertação de Mestrado]. 2013. Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Politécnico de Leiria, Leiria, Portugal. Disponível em: <<https://core.ac.uk/reader/61797402>>.
- [29] Gujarati D.N.; Porter D.C. Econometria Básica. 2011. 5ed. AMGH, New York, NY, EUA.
- [30] Martins G.A.; Théophile C.R. Metodologia da investigação científica para ciências sociais aplicadas. 2016. 3ed. Atlas, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [31] Nigrini M.J. Forensic Analytics: Methods and Techniques for Forensic Accounting Investigations. 2011. 2ed. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, EUA. Disponível em: <[https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=DVLZDwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR13&dq=Nigrini,+M.J.+2011.+Forensic+Analytics.+Hoboken,+New+Jersey:+Wiley,+EUA.&ots=WAsM2BRYB7&sig=3qmYVz1kqblLvO7eB5V\\_gaun\\_KU#v=onepage&q&f=false](https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=DVLZDwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR13&dq=Nigrini,+M.J.+2011.+Forensic+Analytics.+Hoboken,+New+Jersey:+Wiley,+EUA.&ots=WAsM2BRYB7&sig=3qmYVz1kqblLvO7eB5V_gaun_KU#v=onepage&q&f=false)>.
- [32] Silva W.B.; Travassos S.K.M.; Costa J.I.F. Using the Newcomb-Benford law as a deviation identification method in continuous auditing environments: a proposal for detecting deviations over time. RC&F. 2017; 28(73): 11-26.